Einführung in die Semantik, 10. Sitzung
Generalisierte Quantoren, NPIs und Negation

Götz Keydana

Göttingen
3. Januar 2007

Quantifizierende NPs

Wir erweitern unsere Sprache $F_{deutsch}$ um weitere NPs:

- jeder
- jemand
- niemand
- jeder Schriftsteller
- ein Schriftsteller
- viele Schriftsteller
- die meisten Schriftsteller
- wenige Schriftsteller
- drei Schriftsteller
- die drei Schriftsteller
- kein Schriftsteller

Quantoren in Prädikatenlogik

Natürlichsprachliche Quantoren wie *jeder* oder *jemand* können ohne Schwierigkeiten in die Quantoren der Prädikatenlogik übersetzt werden.
Schwierig sind aber quantifizierte NPs wie in

(1) Jeder Schriftsteller gähnt.

denen wir folgende prädikatenlogische Repräsentation geben:

(1′) $(\forall x)(S(x) \rightarrow G(x))$

Problem: fehlende Kompositionalität

Die syntaktischen Konstituenten in (1) sind nicht semantische Konstituenten in (1′).

Prädikatenlogik höherer Ordnung

Eine Prädikatenlogik höherer Ordnung erlaubt Prädikate, die Prädikate als Argumente nehmen.

Prädikate zweiter Stufe, also Ausdrücke, die eine Eigenschaft einer Eigenschaft denotieren, heißen *Generalisierte Quantoren* (GQ).

Ein Beispiel

(2) Ellison schnarcht.

(a.) Schnarcht(Ellison)

(b.) $[\![\text{Schnarcht(Ellison)}]\!]^{M,g} = 1$ gdw. $[\![\text{Ellison}]\!]^{M,g} \in [\![\text{Schnarcht}]\!]^{M,g}$

(c.) $[\![\text{Schnarcht}]\!]^{M,g} = \{x \in U | S(x)\}$

Eine Alternative: *Ellison* als GQ

In einer Prädikatenlogik höherer Ordnung ist folgende Darstellung äquivalent:

(3) Ellison schnarcht.

(a.) Ellison(Schnarcht)

(b.) $[\![\text{Ellison(Schnarcht)}]\!]^{M,g} = 1$ gdw. $[\![\text{Schnarcht}]\!]^{M,g} \in [\![\text{Ellison}]\!]^{M,g}$

(c.) $[\![\text{Ellison}]\!]^{M,g} = \{X \in U | \text{Ellison} \in X\}$

$[\![\text{Ellison}]\!]^{M,g}$ ist also die Menge aller Eigenschaften, die das Individuum Ellison hat.

Der Nutzen

Für Namen wie *Ellison* bringt die Übersetzung in Prädikatenlogik höherer Ordnung nichts.
Sie ermöglicht aber eine kompositionale Analyse von Sätzen mit quantifizierter NP:

(4) Jeder Schriftsteller gähnt.

(a.) Jeder Schriftsteller(Gähnt)

(b.) $[\![\text{Jeder Schriftsteller(Gähnt)}]\!]^{M,g} = 1$ gdw. $[\![\text{Gähnt}]\!] \in [\![\text{Jeder Schriftsteller}]\!]$

(c.) $\{x \in U | \text{Gähnt}(x)\} \in \{X \subseteq U | [\![\text{Schriftsteller}]\!] \subseteq X\}$

Beispiele für generalisierte Quantoren

A sei die Denotation eines N, dann gilt:

- $[\![\text{Ellison}]\!]^{M,g} = \{X \subseteq U | e \in X\}$
- $[\![\text{alle N}]\!]^{M,g} = \{X \subseteq U | A \subseteq X\}$
- $[\![\text{einige N}]\!]^{M,g} = \{X \subseteq U | X \cap A \neq \emptyset\}$
- $[\![\text{kein N}]\!]^{M,g} = \{X \subseteq U | X \cap A = \emptyset\}$
- $[\![\text{mindestens 2 N}]\!]^{M,g} = \{X \subseteq U || X \cap A| \geq 2\}$
- $[\![\text{die meisten N}]\!]^{M,g} = \{X \subseteq U || X \cap A| \geq 1/2 |A|\}$

GQs und Typentheorie

NPs sind vom Typ e:

- Pynchon
- der Schriftsteller

GQs denotieren offensichtlich kein Individuum in D_e (sondern Eigenschaften von Eigenschaften):

- jeder Schriftsteller
- kein Schriftsteller

Der semantische Typ von GQs

Wenn

- Sätze vom Typ t sind,
- VPs vom Typ $\langle e, t\rangle$,
- Quantoren aber nicht vom Typ e,
- dann muß der semantische Typ von Quantoren $\langle\langle e, t\rangle, t\rangle$ sein.

Wir haben somit die GQs der Prädikatenlogik höherer Ordnung typentheoretisch rekonstruiert.

Ein Beispiel

(5) $[_S\ [_{NP}$ Jeder Schriftsteller$]\ [_{VP}$ schnarcht$]]$

$$\cfrac{\cfrac{\text{jeder Schriftsteller}}{\langle\langle e,t\rangle,t\rangle} \qquad \cfrac{\text{schnarcht}}{\langle e,t\rangle}}{t}$$

Die Bedeutung des GQ ist also eine Funktion, die die Bedeutung der VP als Argument nimmt:

(6) $[\![[_S [_{NP}\text{Jeder Schriftsteller}][_{VP}\text{schnarcht}]]]\!]$

(a.) $\lambda w[[\![\text{jeder Schriftsteller}]\!](w)([\![\text{schnarcht}]\!](w))]$

Der semantische Typ von Determinatoren

- Quantifizierende NPs sind vom Typ $\langle\langle e, t\rangle, t\rangle$.
- Das gilt auch für syntaktisch nicht komplexe quantifizierende NPs wie *jeder*, *niemand* etc.
- Quantifizierende Determinatoren müssen daher vom Typ $\langle\langle e, t\rangle, \langle\langle e, t\rangle, t\rangle\rangle$ sein.

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\text{jeder}}{\langle\langle e, t\rangle, \langle\langle e, t\rangle, t\rangle\rangle} \qquad \dfrac{\text{Schriftsteller}}{\langle e, t\rangle}}{\langle\langle e, t\rangle, t\rangle} \qquad \dfrac{\text{schnarcht}}{\langle e, t\rangle}}{t}$$

Die Bedeutung von Determinatoren

Satz (1) bedeutet, daß die Menge der Schriftsteller (der Restriktor) eine Teilmenge der Menge der Schnarchenden (des nuklearen Skopus bzw. der Matrix) ist:

(7) $[\![\text{jeder Schriftsteller schnarcht}]\!] = \lambda w[[\![\text{Schriftsteller }]\!](w) \subseteq [\![\text{schnarcht}]\!](w)]$

Aus (7) ergibt sich die Bedeutung von *jeder Schriftsteller* und *jeder*:

(8) $[\![\text{jeder Schriftsteller}]\!] = \lambda w \lambda P[[\![\text{Schriftsteller}]\!](w) \subseteq P]$

(9) $[\![\text{jeder}]\!] = \lambda w \lambda P' \lambda P[P' \subseteq P]$

Beispielableitung

(10) $[\![[_S[_{NP}[_{Det}\text{jeder}][_N\text{Schriftsteller}]][_{VP}\text{schnarcht}]]]\!]$

(a.) $\lambda w[[\![\text{jeder}]\!](w)([\![\text{Schriftsteller}]\!](w))([\![\text{schnarcht}]\!](w))]$

(b.) $\lambda w[\lambda w'\lambda P'P[P' \subseteq P](w)([\![\text{Schriftsteller}]\!](w))$
$([\![\text{schnarcht}]\!](w))]$

(c.) $\lambda w[\lambda P'P[P' \subseteq P]([\![\text{Schriftsteller}]\!](w))$
$([\![\text{schnarcht}]\!](w))]$

(d.) $\lambda w[[\![\text{Schriftsteller}]\!](w) \subseteq [\![\text{schnarcht}]\!](w)]$

(e.) $\lambda w[\lambda w'\lambda x[x$ ist ein **Schriftsteller** in $w'](w) \subseteq$
$\lambda w''\lambda x'[x'$ **schnarcht** in $w''](w)]$

(f.) $\lambda w[\lambda x[x$ ist ein **Schriftsteller** in $w] \subseteq$
$\lambda x'[x'$ **schnarcht** in $w]]$

Beispiele für GQs

Die Bedeutung aller quantifizierenden Determinatoren kann als Beziehung zwischen einer Restriktormenge (P') und einer Skopusmenge (P) dargestellt werden.

- *jeder*: $\lambda w \lambda P' \lambda P[P' \subseteq P]$
- *ein*: $\lambda w \lambda P' \lambda P[P' \cap P \neq \emptyset]$
- *kein*: $\lambda w \lambda P' \lambda P[P' \cap P = \emptyset]$
- *nicht jeder*: $\lambda w \lambda P' \lambda P[P' \not\subseteq P]$
- *die meisten*: $\lambda w \lambda P' \lambda P[|P' \cap P| > 1/2 \times |P'|]$
- *mindestens zwei*: $\lambda w \lambda P' \lambda P[|P' \cap P| \geq 2]$

Wir haben somit die Bedeutung der GQs in Prädikatenlogik höherer Ordnung in der Semantik von $\mathrm{F}_{deutsch}$ rekonstruiert.

Namen und definite NPs

Wie in der Prädikatenlogik können wir auch in $\text{F}_{deutsch}$ allen NPs einen einheitlichen semantischen Typ zuweisen.
Wir heben Namen und definite NPs (beide vom Typ e) auf den Typ $\langle\langle e, t\rangle, t\rangle$ an:

- $[\![\text{Ellison}]\!] = \lambda w \lambda P[P(\textbf{Ellison})]$
- $[\![\text{der Schriftsteller}]\!] = \lambda w \lambda P\langle|[\![\textbf{Schriftsteller}]\!](w)| = 1\rangle[P(\iota[[\![\textbf{Schriftsteller}]\!](w)])]$
- $[\![\text{der}]\!] = \lambda w \lambda P\langle|P'(w)| = 1\rangle[P(\iota[P'])]$

Kardinale intersektive Determinatoren

Kardinale intersektive Determinatoren sind Bedingungen für die Zahl der Elemente im Schnitt von Restriktor und Skopus.

Sie haben folgendes Format:

- $\lambda w \lambda P' \lambda P[|P' \cap P| \in N]$

Beispiele

- *mindestens zwei*: $N = \{n \in \mathbb{N} | n \geq 2\}$
- *kein*: $N = \{0\}$

Proportionale Determinatoren

Proportionale Determinatoren sind Bedingungen für das Verhältnis der Zahl der Elemente im Schnitt von Restriktor und Skopus zur Zahl der Elemente im Skopus.

Sie haben folgendes Format:

- $\lambda w \lambda P' \lambda P[|P' \cap P|/|P'| \in R]$

Beispiele

- *jeder*: $R = \{1\}$
- *die meisten*: $R = \{n \in \mathbb{Q} | 0,5 < n \leq 1\}$

Präsupponierende Determinatoren

Präsupponierende Determinatoren enthalten eine Bedingung für die Restriktormenge.

- Proportionale Determinatoren sind präsupponierend, weil Division durch 0 nicht erlaubt ist.
- *der*: $\lambda w \lambda P' \lambda P \langle |P'(w)| = 1 \rangle [P' \subseteq P]$
- *beide*: $\lambda w \lambda P' \lambda P \langle |P'(w)| = 2 \rangle [P' \subseteq P]$
- *die drei*: $\lambda w \lambda P' \lambda P \langle |P'(w)| = 3 \rangle [P' \subseteq P]$

Vage Determinatoren

Vage Determinatoren sind Bedingungen für die Intersektion von Restriktor und Skopus, die nur als Schwellenwert gegeben werden können.

Beispiele

- *viele*: $\lambda w \lambda P' \lambda P[|P' \cap P| > n]$
- *wenige*: $\lambda w \lambda P' \lambda P[|P' \cap P| < n]$

viele und *wenige* sind ambig:

- Sie können kardinal intersektiv sein:

  (11) Im Café sitzen viele Schriftsteller.

- Sie können proportional sein:

  (12) Viele Schriftsteller schnarchen.

Die Bedeutung von *zwei* und skalare Implikaturen

Was ist die Bedeutung von *zwei*? Vgl. folgenden Satz:

(13) Zwei Schriftsteller schnarchen.

(13) ist wahr, wenn

- mindestens zwei Schriftsteller schnarchen,
- nicht mehr als zwei Schriftsteller schnarchen.

Die zweite Bedeutungskomponente ist eine skalare Implikatur. Sie kann aufgehoben werden:

(14) Es stimmt, daß zwei Schriftsteller schnarchen. Es schnarchen sogar drei.

Wie bei *oder* führt die Grice'sche Quantitätsmaxime dazu, daß wir *zwei* nicht verwenden, wenn wir von mehr als zwei Entitäten reden.

GQs und Mengen

Quantifizierende Determinatoren setzen zwei Mengen, $[\![N]\!]$ und $[\![VP]\!]$ in eine Relation zueinander. Wir können in dieser Relation 4 Mengen unterscheiden:

1. die Menge $[\![N]\!] \setminus [\![VP]\!]$
2. die Menge $[\![N]\!] \cap [\![VP]\!]$
3. die Menge $[\![VP]\!] \setminus [\![N]\!]$
4. die Menge $(D_e \setminus [\![N]\!]) \setminus [\![VP]\!]$

Extensionalität

Extensionale Quantoren sind solche, bei denen Menge (4) keine Rolle spielt.

(15) Ein Determinator D ist extensional gdw. gilt:
Für alle P, P' mit $P, P' \subseteq D_e$ und alle ${D_e}^*$ mit $D_e \subseteq {D_e}^*$ gilt:
$D(P', P) = 1 \text{ in } D_e \text{ gdw. } D(P', P) = 1 \text{ in } {D_e}^*$.

Natürlichsprachliche Quantoren sind extensional.

Konservativität

Konservative Quantoren sind solche, in denen nur die Mengen (1) und (2) eine Rolle spielen.

(16) D ist konservativ gdw. für alle P, P' gilt:
$D(P', P)$ gdw. $D(P', P' \cap P)$.

Natürlichsprachliche Quantoren sind konservativ.
Ein einfacher Test: Ist ein Determinator konservativ, so sind die Sätze D N VP und DN *sind* N *die* VP äquivalent.

Intersektivität

Intersektive Quantoren sind solche, bei denen nur Menge (2) eine Rolle spielt.
Beispiele sind *ein*, *mehr als zwei*, *kein*.
Intersektive Quantoren sind die einzigen Quantoren, die in existentiellen Konstruktionen vorkommen:

(17) Es gab einen Schriftsteller / keinen Schriftsteller / mehr als zwei Schriftsteller in Bargfeld.

(18) *Es gab jeden Schriftsteller / die meisten Schriftsteller / den Schrifsteller / beide Schriftsteller in Bargfeld.

Monotonizität

Monotonizität ist eine Eigenschaft von Quantoren, die deren Verhalten in logischen Schlüssen betrifft.

(19) Ein Quantor Q ist monoton steigend oder aufwärts monoton gdw. für alle Interpretationen:
Wenn $P \in Q$ und $P \subseteq P'$, dann $P' \in Q$.

Beispiele

(20) Alle Schriftsteller schnarchen laut $\Rightarrow$ Alle Schriftsteller schnarchen.

(21) Die meisten Schriftsteller schnarchen laut $\Rightarrow$ Die meisten Schriftsteller schnarchen.

(22) Ein Schriftsteller schnarcht laut $\Rightarrow$ Ein Schriftsteller schnarcht.

Monotonizität *cont.*

(23) Ein Quantor Q ist monoton fallend oder abwärts monoton gdw. für alle Interpretationen:
Wenn $P \in Q$ und $P' \subseteq P$, dann $P' \in Q$.

Beispiele

(24) Kein Schriftsteller schnarcht $\Rightarrow$ Kein Schriftsteller schnarcht laut.

(25) Wenige Schriftsteller schnarchen $\Rightarrow$ Wenige Schriftsteller schnarchen laut.

Äquivalente Definitionen

Äquivalent zu den Definitionen (19) und (23) sind die folgenden:

(26) Q ist aufwärts monoton gdw.: Wenn $P \cap P' \in Q$, dann $P \in Q$ und $P' \in Q$.

(27) Q ist abwärts monoton gdw.: Wenn $P \cup P' \in Q$, dann $P \in Q$ und $P' \in Q$.

Persistenz

Ist ein Quantor aufwärts monoton nicht hinsichtlich der VP, sondern hinsichtlich des Nomens, so sprechen wir von *Persistenz*.

(28) Ein Determinator D ist persistent gdw.: Wenn $D(P', P)$ und $P' \subseteq P''$, dann $D(P'', P)$.

Beispiele

(29) Ein Schriftsteller schnarcht $\Rightarrow$ Ein Mensch schnarcht.

(30) Mindestens zwei Schriftsteller schnarchen $\Rightarrow$ Mindestens zwei Menschen schnarchen.

(31) Nicht alle Schriftsteller schnarchen $\Rightarrow$ Nicht alle Menschen schnarchen.

Antipersistenz

Ist ein Quantor abwärts monoton hinsichtlich des Nomens, so sprechen wir von *Antipersistenz*.

(32) Ein Determinator D ist antipersistent gdw.: Wenn $D(P', P)$ und $P'' \subseteq P'$, dann $D(P'', P)$.

Beispiele

(33) Jeder Mensch schnarcht $\Rightarrow$ Jeder Schriftsteller schnarcht.

(34) Höchstens zwei Menschen schnarchen $\Rightarrow$ Höchstens zwei Schriftsteller schnarchen.

(35) Kein Mensch schnarcht $\Rightarrow$ Kein Schriftsteller schnarcht.

Das Verhältnis aufwärts monotoner und abwärts monotoner Quantoren zueinander

Betrachten wir folgende Gegenüberstellung:

aufwärts monoton	abwärts monoton
ein Schriftsteller	kein Schriftsteller
viele Schriftsteller	wenige Schriftsteller
jeder Schriftsteller	nicht jeder Schriftsteller

Es fällt auf, daß die abwärts monotonen Determinatoren durch Negation der aufwärts monotonen gebildet werden können.

Monotonizität und Negation

Auch die Negation ist abwärts monoton.

(36) Der Schriftsteller schnarcht nicht $\Rightarrow$ Der Schriftsteller schnarcht nicht laut.

NPIs

Das Dt. kennt – wie andere Sprachen auch – Negative Polaritätselemente (NPIs).
NPIs sind Wörter wie *jemals*, die nur im Skopus einer Negation vorkommen. Vgl.

(37) Es ist nicht wahr, daß Pynchon jemals so geschnarcht hat.

(38) *Pynchon hat jemals so geschnarcht.

NPIs kommen aber auch bei abwärts monotonen Quantoren vor:

(39) Wenige Schriftsteller haben jemals so geschnarcht.

NPIs sind somit Evidenz dafür, daß abwärts monotone Quantoren tatsächlich eine Negation enthalten.

Ambiguität

Betrachten wir den folgenden Satz:

(40) Jeder Schriftsteller schnarcht nicht.

Der Satz kann (mit einigem Wohlwollen) zwei Lesarten haben:

(40a) Es stimmt nicht, daß jeder Schriftsteller schnarcht. (Einige mögen es tun.)
Die Menge der Schriftsteller ist nicht eine Teilmenge der Schnarchenden.

(40b.) Für jeden Schriftsteller gilt: Er schnarcht nicht.
Die Menge der Schriftsteller ist eine Teilmenge der Menge der Nicht-Schnarchenden.

Skopus

(40) enthält zwei skopustragende Ausdrücke.

- In (40a) hat die Negation weiten Skopus über den Skopus des Quantors.
- In (40b) hat der Quantor weiten Skopus über die Negation.